

## РАНЖИРОВАНИЕ УНИВЕРСИТЕТОВ МЕТОДОМ АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

*Деренко Н.В.*

Иркутский государственный университет, г. Иркутск

e-mail: nv@derenko.ru

**Аннотация.** статья содержит пример ранжирования пяти университетов по пяти критериям на основе метода анализа иерархий. Данный метод предназначен для решения таких многокритериальных задач, включает процесс синтеза многих суждений, определения приоритетности критериев и анализа альтернативных решений. Принято считать, что лучшая альтернатива, выбранная по множеству критериев методом анализа иерархий, наилучшим образом согласуется с пониманием сути проблемы. При этом все альтернативы получают ранги, позволяющие формировать рейтинг.

Важной особенностью метода является и возможность привлечения не только количественных, но качественных критериев, которые в ходе анализа получают свои ранги.

**Ключевые слова:** многокритериальные задачи, метод анализа иерархий, качество образовательной деятельности, рейтинг университетов

Формирование рейтингов разного типа – традиционная процедура при оценке качества образовательной деятельности как университетов [2], так и факультетов, преподавателей. При существующем множестве подходов к решению проблемы данная управленческая ситуация остается «тонким» местом практически во всех вузах, что не удивительно – очень сложно «справедливо» ранжировать творческих людей, творческие проекты, реализующие по несколько миссий одновременно (просветительскую, культурную, воспитательную, исследовательскую, социальную...). Целесообразно применять набор критериев, а значит, возникают задачи многокритериальной оптимизации.

Рассмотрим три подхода к ранжированию университетов, рассчитанных на примере пяти крупных вузов в крупном областном центре Российской Федерации, – «обывательский», который назовем «наивным» (по сумме набранных баллов при оценках по критериям); «традиционный» (используемый профессионалами, способными вычислить весомость критериев и посчитать математическое ожидание оценок для каждого вуза); «справедливый» на основе метода анализа иерархий (Analytic hierarchy process, Томас Саати, США, 1970 г.) [4].

По понятным соображениям дадим университетам и критериям условные названия, суть не в них, а в анализе получающихся рейтингов.

Исходные данные представлены в таблице 1 – это оценки экспертов пяти вузам по пяти критериям. Использована девятибалльная шкала (приближенная к шкалам метода анализа иерархий): 1 соответствует самому низкому качеству, 9 – самому высокому.

Таблица 1 – Исходные данные для ранжирования университетов

Критерии	Альтернативы				
	Вуз 1	Вуз 2	Вуз 3	Вуз 4	Вуз 5
Критерий 3	5	1	8	6	1
Критерий 1	7	8	5	1	7
Критерий 2	8	1	3	1	6
Критерий 4	1	1	9	9	2
Критерий 5	3	5	7	9	1

«Наивный» рейтинг по сумме набранных баллов:

– 1 место у вуза 3:  $8 + 5 + 3 + 9 + 7 = 32$  балла (вес 0,28);

- 2 место у вуза 4:  $6 + 1 + 1 + 9 + 9 = 26$  баллов (вес 0,22);
- 3 место у вуза 1:  $5 + 7 + 8 + 1 + 3 = 24$  балла (вес 0,21);
- 4 место у вуза 5:  $1 + 7 + 6 + 2 + 1 = 17$  баллов (вес 0,15);
- 5 место у вуза 2:  $1 + 8 + 1 + 1 + 5 = 16$  баллов (вес 0,14).

Вес у каждого вуза, понятно, определяется как доля набранных им баллов в общей сумме выставленных баллов. Для нас он важен в дальнейшем сравнении результатов ранжирования.

Очевиден недостаток «наивного» рейтинга, отраженный в названии процедуры, – все критерии считаются равнозначными, что практически невозможно в реальной ситуации. По этой причине применим более корректный статистический подход, определив экспертным путем веса (ранги) критериев и рассчитав математические ожидания оценок (средневзвешенные оценки), по которым будет несложно сформировать рейтинг.

Таблица 2 содержит матрицу попарных сравнений критериев и формирование весов (рангов) критериев через вычисление в строках таблицы средних геометрических показателей (корень пятой степени из произведения пяти оценок) и определение их доли в общей сумме. Данный подход заимствован в методе анализа иерархий [1, 3], поэтому остановимся на нем подробнее.

Таблица 2 – Оценка весомости критериев

	Крит. 1	Крит. 2	Крит. 3	Крит. 4	Крит. 5	Произведе- ние	Корень	Вес
Критерий 1	1	3	0,5	0,25	0,33	0,125	0,660	0,105
Критерий 2	0,33	1	0,25	0,2	0,2	0,003	0,320	0,051
Критерий 3	2	4	1	0,5	0,33	1,333	1,059	0,169
Критерий 4	4	5	2	1	1	40	2,091	0,333
Критерий 5	3	5	3	1	1	45	2,141	<b>0,341</b>
Сумма	10,333	18	6,75	2,950	2,867		6,271	1,000

$$(L_{\max} = 5,107; I_c = 0,027; O_c = 0,024 < 0,1).$$

Попарные сравнения критериев между собой осуществляются экспертом по качественной шкале с последующим преобразованием в баллы:

- критерии одинаково предпочтительны (равно, безразлично) – ставим 1;
- критерий немного лучше (хуже) другого (средняя степень предпочтения) – 3 (1/3);
- критерий лучше (хуже) другого (умеренно сильное предпочтение) – 5 (1/5);
- критерий значительно лучше (хуже) другого (очевидное предпочтение) – 7 (1/7);
- критерий принципиально лучше (хуже) другого (абсолютное предпочтение) – 9 (1/9).

Промежуточные мнения эксперта отражаются оценками 2, 4, 6, 8. Учитывая, что эксперт может дать противоречивые оценки (например, первый критерий предпочтительнее второго, а второй – предпочтительнее третьего, но первый – хуже третьего, чего не может быть), в каждой процедуре парных сравнений проверяем ограниченность оценки приоритетов: вычисляем так называемый индекс согласованности суждений  $I_c = (L_{\max} - n)/(n - 1)$ , где  $n$  – в нашем случае равно 5, а определение  $L_{\max}$  – это вычисление математического ожидания скалярным произведением последней строки сумм оценок на последний столбец весов критериев. Далее сравниваем  $I_c$  с величиной  $C_c$ , которая получилась бы при случайном выборе суждений по фундаментальной шкале (1/9, ..., 9) для данного значения [1] – в нашем случае это 1,12 – находим отношение согласованности  $O_c = I_c/C_c$ . Если для конкретной матрицы окажется, что  $O_c > 0,1$ , то суждения эксперта не согласованы друг с другом, и ему нужно по новой провести попарные сравнения, более внимательно. Заметим, что во всех наших расчетах  $O_c < 0,1$  (под таблицами приведены соответствующие индексы).

Теперь оценим «традиционный» рейтинг вузов, сформированный по средневзвешенному показателю (математическому ожиданию) оценок экспертов, с учетом весов критериев:

- 1 место у вуза 3:  $8 \cdot 0,169 + 5 \cdot 0,105 + 3 \cdot 0,051 + 9 \cdot 0,333 + 7 \cdot 0,341 = 7,42$  балла;
- 2 место у вуза 4:  $6 \cdot 0,169 + 1 \cdot 0,105 + 1 \cdot 0,051 + 9 \cdot 0,333 + 9 \cdot 0,341 = 7,24$  балла;
- 3 место у вуза 1:  $5 \cdot 0,169 + 7 \cdot 0,105 + 8 \cdot 0,051 + 1 \cdot 0,333 + 3 \cdot 0,341 = 3,35$  балла;
- 4 место у вуза 2:  $1 \cdot 0,169 + 8 \cdot 0,105 + 1 \cdot 0,051 + 1 \cdot 0,333 + 5 \cdot 0,341 = 3,10$  балла;
- 5 место у вуза 5:  $1 \cdot 0,169 + 7 \cdot 0,105 + 6 \cdot 0,051 + 2 \cdot 0,333 + 1 \cdot 0,341 = 2,22$  балла.

В сравнении с «наивным» рейтингом есть изменения: вузы 2 и 5 поменялись местами, по-прежнему замыкая рейтинговый список. У трех лидеров ситуация не изменилась, однако веса рейтинговых показателей теперь иные (что было бы существенно при распределении, например, некой денежной суммы в соответствии с данными весами):

- у вуза 3 вес 0,32 вместо 0,28 (вырос по весу);
- у вуза 4 вес 0,31 вместо 0,22 (вырос по весу);
- у вуза 1 вес 0,14 вместо 0,21 (сильно снизился по весу);
- у вуза 2 вес 0,13 вместо 0,14 (сохранил вес);
- у вуза 5 вес 0,1 вместо 0,15 (снизился по весу).

Отметим и усиление позиции вуза 4 на втором месте: он стал гораздо ближе к лидеру по весу.

Далее перейдем к полной реализации метода анализа иерархий. Иерархия строится несложно, это дерево от цели через критерии к альтернативам. На первом этапе мы строим матрицы попарных сравнений вузов по каждому критерию, а затем, используя матрицу попарных сравнений критериев между собой с точки зрения цели (уже вычислено в таблице 2), находим глобальный приоритет, по нему строим «справедливый» рейтинг вузов.

Наличие таблицы 1 позволяет легко рассчитать оценки в матрицах попарных сравнений вузов по каждому критерию, см. таблицу 3 для критерия 1.

Таблица 3 – Сравнение альтернатив по критерию 1

Альтернативы	Вуз 1	Вуз 2	Вуз 3	Вуз 4	Вуз 5	Произведение	Корень	Вес
Вуз 1	1	0,5	3	7	1	10,5	1,600	0,238
Вуз 2	2	1	4	8	2	128	2,639	<b>0,392</b>
Вуз 3	0,33	0,25	1	5	0,33	0,139	0,674	0,100
Вуз 4	0,14	0,13	0,2	1	0,14	0,001	0,220	0,033
Вуз 5	1	0,5	3	7	1	10,5	1,600	0,238
Сумма	4,476	2,375	11,2	28	4,476		6,733	1

$$(L_{\max} = 5,093; Ic = 0,023; Oc = 0,021 < 0,1).$$

Данные последнего столбца таблицы 3 свидетельствуют, что по критерию 1 лидером является вуз 2 с весом 0,392. Вузы 1 и 5 - на втором месте с одинаковым весом 0,238; вузы 3 и 4 сильно уступают конкурентам по данному критерию.

В таблице 4 представлен расчет для критерия 2, лидером рейтинга является вуз 1 с весом 0,523, с огромным отрывом от конкурентов.

Таблица 4 – Сравнение альтернатив по критерию 2

Альтернативы	Вуз 1	Вуз 2	Вуз 3	Вуз 4	Вуз 5	Произведение	Корень	Вес
Вуз 1	1	8	6	8	3	1152	4,095	<b>0,523</b>
Вуз 2	0,13	1	0,33	1	0,17	0,007	0,370	0,047
Вуз 3	0,17	3	1	3	0,25	0,375	0,822	0,105
Вуз 4	0,13	1	0,33	1	0,17	0,007	0,370	0,047
Вуз 5	0,33	6	4	6	1	48	2,169	0,277
Сумма	1,75	19	11,667	19	4,583		7,826	1

$(L_{\max} = 5,208; Ic = 0,052; Oc = 0,047 < 0,1)$ .

В таблицах 5, 6 и 7 приведены расчеты по критериям 3, 4 и 5 соответственно. По критерию 3 лидер – вуз 3; по критерию 4 – два лидера, вузы 3 и 4; по критерию 5 – вуз 4.

Таблица 5 – Сравнение альтернатив по критерию 3

Альтернативы	Вуз 1	Вуз 2	Вуз 3	Вуз 4	Вуз 5	Произведение	Корень	Вес
Вуз 1	1	5	0,25	0,5	5	3,125	1,256	0,165
Вуз 2	0,2	1	0,13	0,17	1	0,004	0,334	0,044
Вуз 3	4	8	1	3	8	768	3,776	<b>0,498</b>
Вуз 4	2	6	0,33	1	6	24	1,888	0,249
Вуз 5	0,2	1	0,13	0,17	1	0,004	0,334	0,044
Сумма	7,4	21	1,833	4,833	21		7,589	1

$(L_{\max} = 5,189; Ic = 0,047; Oc = 0,042 < 0,1)$ .

Таблица 6 – Сравнение альтернатив по критерию 4

Альтернативы	Вуз 1	Вуз 2	Вуз 3	Вуз 4	Вуз 5	Произведение	Корень	Вес
Вуз 1	1	1	0,11	0,11	0,5	0,006	0,361	0,042
Вуз 2	1	1	0,11	0,11	0,5	0,006	0,361	0,042
Вуз 3	9	9	1	1	8	648	3,650	<b>0,425</b>
Вуз 4	9	9	1	1	8	648	3,650	<b>0,425</b>
Вуз 5	2	2	0,13	0,13	1	0,063	0,574	0,067
Сумма	22	22	2,347	2,347	18		8,598	1

$(L_{\max} = 5,045; Ic = 0,011; Oc = 0,010 < 0,1)$ .

Таблица 7 – Сравнение альтернатив по критерию 5

Альтернативы	Вуз 1	Вуз 2	Вуз 3	Вуз 4	Вуз 5	Произведение	Корень	Вес
Вуз 1	1	0,33	0,2	0,14	3	0,029	0,491	0,064
Вуз 2	3	1	0,33	0,2	5	1	1,000	0,130
Вуз 3	5	3	1	0,33	7	35	2,036	0,264
Вуз 4	7	5	3	1	9	945	3,936	<b>0,510</b>
Вуз 5	0,33	0,2	0,14	0,11	1	0,001	0,254	0,033
Сумма	16,333	9,533	4,676	1,787	25		7,718	1

$(L_{\max} = 5,243; Ic = 0,061; Oc = 0,054 < 0,1)$ .

И в таблице 8 приведен расчет глобального приоритета: мы собрали в строках таблицы последние столбцы таблиц 3–7, подключили веса критериев, рассчитанные в таблице 2, рассчитали соответствующие вузам математические ожидания рангов – это дает возможности сформировать «справедливый» рейтинг (его ранги в табл. 8, в последней строке).

Таблица 8 – Расчет глобального приоритета – выбор оптимальной альтернативы

Критерии	Альтернативы					Вес критерия
	Вуз 1	Вуз 2	Вуз 3	Вуз 4	Вуз 5	
Критерий 1	0,2377	0,3919	0,1001	0,0326	0,2377	0,1052

Критерий 2	0,5233	0,0473	0,1050	0,0473	0,2771	0,0510
Критерий 3	0,1655	0,0440	0,4976	0,2488	0,0440	0,1689
Критерий 4	0,0420	0,0420	0,4246	0,4246	0,0668	0,3335
Критерий 5	0,0636	0,1296	0,2638	0,5100	0,0329	0,3414
Матем. ожидание	0,12	0,11	0,33	<b>0,36</b>	0,08	

«Справедливый» рейтинг вузов, сформированный по средневзвешенному показателю (математическому ожиданию) весов альтернатив по каждому критерию, с учетом весов критериев:

- 1 место у вуза 4: вес 0,36 (смена лидера!);
- 2 место у вуза 3: вес 0,33 (покинул первое место);
- 3 место у вуза 1: вес 0,12 (сохранил третье место);
- 4 место у вуза 2: вес 0,11 (сохранил четвертое место);
- 5 место у вуза 5: вес 0,08 (сохранил последнее место).

Заметим, что в сравнении с «традиционным» рейтингом лидеры увеличили свой вес за счет аутсайдеров и получившийся «справедливый» рейтинг вполне может лечь в основу принятия любого ответственного решения.

Таким образом, метод анализа иерархий продемонстрировал на данном примере свое преимущество перед традиционными подходами. Важно и то, что лидер рейтинга вузов оказался другой, и то, что получившиеся ранги (веса) точнее учитывают качественную разницу вузов.

### Список литературы

1. Артюхин Г.А. Теория систем и системный анализ. Практикум принятия решений. – Казань: Изд-во Казанск. гос. архитектур.-строит. ун-та, 2016. – 165 с.
2. Болотов В.А., Мотова Г.Н., Наводнов В.Г. Глобальный агрегированный рейтинг вузов: российский след // Высшее образование в России, 2021. - № 3. - С.9-25.
3. Волокобинский М.Ю., Пекарская О.А., Рази Д.А. Принятие решений на основе метода анализа иерархий // *Финансы: теория и практика / Finance: Theory and Practice*. – 2016; № 20(2). – С. 33–42: [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://doi.org/10.26794/2587-5671-2016-20-2-33-42>
4. Саати Т.Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий. Экономическая теория денег, банковского дела и финансовых рынков / пер. с англ. Р.Г. Вачнадзе. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.

### RANKING OF UNIVERSITIES USING HIERARCHY ANALYSIS METHOD

*Derenko N.V.*

Irkutsk State University, Irkutsk  
e-mail: nv@derenko.ru

**Abstract.** *The article contains an example of ranking five universities according to five criteria based on the hierarchy analysis method. This method is designed to solve such multi-criteria problems; it includes the process of synthesizing many judgments, determining the priority of criteria and analyzing alternative solutions. It is generally accepted that the best alternative, selected according to multiple criteria using the hierarchy analysis method, is best consistent with an understanding of the essence of the problem. In this case, all alternatives receive ranks that allow the formation of a rating.*

*An important feature of the method is the possibility of using not only quantitative, but also qualitative criteria, which receive their ranks during the analysis.*

**Keywords:** *multi-criteria problems, method of analyzing hierarchies, quality of educational activities, university rankings*